

Среднее число заявок в очереди (). Среднее число заявок в очереди () — это математическое ожидание количества заявок, которые находятся в очереди и ожидают начала обслуживания.

Формула для системы М/М/1.

В одноканальной системе массового обслуживания с пуассоновским потоком заявок (М) и экспоненциальным временем обслуживания (М) с неограниченной очередью и одним сервером (1), среднее число заявок в очереди можно рассчитать по формуле:

$$L_q = \rho^2 / (1 - \rho)$$

где:

- интенсивность входящего потока заявок.
- интенсивность обслуживания (среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени).
- = — коэффициент загрузки системы (использование сервера).

Коэффициент вариации

Коэффициент вариации — это мера относительного рассеивания случайной величины, которая используется для оценки изменчивости (неоднородности) потоков заявок и времени обслуживания. Он показывает, насколько сильно стандартное отклонение варьируется относительно среднего значения: $CV = \sigma / \mu$.

В контексте ТМО коэффициент вариации может относиться к:

- **Коэффициенту вариации интервалов между прибытием заявок (CV_{IA}):** показывает изменчивость интервалов между поступлениями заявок.
- **Коэффициенту вариации времени обслуживания (CV_S):** показывает изменчивость длительности обслуживания.

Связь между показателями

- **Влияние вариации на очередь:** Чем выше коэффициенты вариации (CV_{IA} и CV_S), тем больше неопределённость в поступлении и обслуживании заявок, что обычно приводит к росту среднего числа заявок в очереди (L_q) и времени ожидания (W_q).
- **Формула Кингмана:** Для системы типа G/G/1 (общая модель с одним сервером) существует аппроксимационная формула Кингмана (VUT-формула) для среднего времени ожидания, которая явно включает коэффициенты вариации:

$$W_q \approx \rho / (1 - \rho) \cdot (CV_{IA}^2 + CV_S^2) / 2 \cdot 1/\mu$$

Из этой формулы видно, что при заданном коэффициенте загрузки () среднее время ожидания и, следовательно, среднее число заявок в очереди (L_q) напрямую зависят от изменчивости (вариации) интервалов прибытия и времени обслуживания.

Пример:

- Для системы М/М/1 (пуассоновский поток и экспоненциальное обслуживание) коэффициенты вариации равны 1: ($CV_{IA}^2 = 1$ и $CV_S^2 = 1$).
- Если время обслуживания постоянно ($CV_S^2 = 0$), очередь будет меньше, чем в случае с экспоненциальным распределением.
- Если поток заявок менее вариателен ($CV_{IA}^2 < 1$), очередь также сократится.